



Г.П. Рысбаева

Пограничная академия Комитета национальной безопасности Республики
Казахстан, Алматы, Казахстан
E-mail: rgp_81@mail.ru

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БОЯ ЛАНЧЕСТЕРА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ВОЕННЫХ СТРАТЕГИЙ

Аннотация. Применение математических методов в военном деле охватывает широкий спектр задач: от криптографической защиты данных, анализа динамики боевых столкновений до оптимизации траекторий баллистических объектов. В условиях нарастающей технологической сложности современных вооруженных конфликтов принятие обоснованных военных решений требует интеграции строгих аналитических подходов, количественного анализа и прогнозирования динамики противостояний. Современные математические модели боевых действий позволяют анализировать развитие вооруженных конфликтов и прогнозировать их исход на основе количественных показателей. В работе рассматриваются основные математические методы моделирования боевых действий, включая дифференциальные уравнения. В статье автор проводит исследование и разъясняет одну из наиболее известных математических моделей боя – квадратный закон прямого огня Ланчестера. Это поможет вывести правильную боевую стратегию, а также правильное принятие решений, чтобы победить противника и избежать катастрофических ошибок.

Ключевые слова. Дифференциальные уравнения, огневая мощь, военная стратегия, математическое моделирование, модель боя Ланчестера.

Введение.

Актуальность темы исследования обусловлена стремительным развитием методов математического моделирования в контексте стратегического планирования и оперативного управления боевыми действиями. В условиях нарастающей технологической сложности современных вооруженных конфликтов принятие обоснованных военных решений требует интеграции строгих аналитических подходов, количественного анализа и прогнозирования динамики противостояний. Современные математические модели позволяют формализовать закономерности ведения боевых действий, выявлять оптимальные стратегии управления вооруженными силами, минимизировать риски и обеспечивать адаптивность решений в реальном времени.



В России значительное внимание уделяется разработке математических моделей, описывающих динамику боевых действий. В работах В.В. Шумова и В.О. Корепанова [1] представлены различные подходы к моделированию военных операций, включая использование дифференциальных уравнений и теории игр для анализа боевых сценариев.

Д.А. Новиков [2] в своей статье обсуждает современные тенденции построения иерархических моделей военных действий, акцентируя внимание на интеграции описательных, имитационных и оптимизационных подходов для создания комплексных моделей, способных учитывать многоуровневую структуру военных операций.

Кроме того, в работе, опубликованной в журнале «Молодой ученый», рассматриваются математические методы поддержки принятия решений, такие как линейное программирование и методы машинного обучения, которые находят применение в оперативно-стратегических расчетах и планировании военных операций.

На международной арене также активно развиваются математические модели для военного планирования. В работе Джозефа Е. Маккарти и соавторов представлен стохастический подход к оперативному планированию военных компаний, где анализируются динамические взаимодействия между противоборствующими сторонами с целью оптимизации контроля над стратегическими объектами.

Исследование Райана Ахерна и коллег объединяет классическую модель Ланчестера с моделью Курамото-Сакагути для создания сетевой модели, учитывающей функции управления и контроля в военных действиях. Это позволяет анализировать, как маневренность и координация внутри военной структуры могут влиять на исход боевых столкновений.

Таким образом, как отечественные, так и зарубежные исследования подчеркивают важность и актуальность математического моделирования в военном деле, предоставляя инструменты для более точного прогнозирования и эффективного управления боевыми операциями.

Материалы и методы.

В рамках исследования математических моделей, предназначенных для стратегического планирования боевых действий и принятия оптимальных военно-командных решений, использовались материалы из открытых источников, а также научная литература, освещающие вопросы применения математических моделей при боевых действиях. Решение задач исследования базировалось на использовании общенаучных (теоретических, универсальных, эмпирических) и частных (специальных) методов. Для достижения цели исследования был проведен анализ научных публикаций, связанных с:

- а) математическими законами Ланчестера;
- б) построением линейного закона;



в) математическими методами, инструментами и технологиями, лежащими в основе военных систем.

Результаты и обсуждение.

Математические модели боя Ланчестера и квадратный закон прямого огня.

В середине Первой мировой войны (1916 г.) выдающийся британский инженер и эрудит Фредерик Ланчестер, пионер авиационной и автомобильной промышленности, разработал математическую модель для прогнозирования развития и исхода военного боя. Модель состояла из системы дифференциальных уравнений, которые связывают изменение численности войск с учетом времени как функцию численности войск и их огневой мощи. Важным результатом уравнений Ланчестера [3] являются квадратная модель прямого огня и линейная модель непрямого огня.

По своей природе математические модели боя подразделяются на дискретные и стохастические модели. Оба типа моделей основаны на системах дискретных и стохастических дифференциальных уравнений соответственно, а также на теории линеаризованной устойчивости динамических систем. На практике наиболее используемыми моделями являются законы Ланчестера Ф. прямой и не прямой наводки, модель Осипова М. [4] комплексная боевая модель Лорена [5] и стохастическая модель Маркова. Среди них модель Ланчестера выделяется как самая прямая и практичная. Математические модели Колмогорова и Маркова требуют гораздо больше информации и операций для своего выполнения.

Квадратный закон прямого огня

Прямой огонь подразумевает ситуацию, когда две армии стреляют друг в друга, зная свои точные позиции. Чтобы вывести квадратный закон прямого огня, давайте рассмотрим две армии в бою под прямым огнем; первая армия и вторая армия, с числом войск равным $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в момент времени t соответственно. Поэтому изменение численности войск каждой армии по времени прямо пропорционально численности войск противника и его огневой мощи [6]. Следовательно, изменение численности войск обеих армий определяется следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x_1'(t) = -a_2 x_2 \\ x_2'(t) = -a_1 x_1 \end{cases} \quad (1)$$

где $x_1(t)$ и $x_2(t)$ - производные функций, $x_1(t)$ и $x_2(t)$, a_1 и a_2 - их огневая мощь (число нанесенных потерь в единицу времени солдатами первой и второй армией соответственно). Если известно, что в начале боя, когда $t = 0$, обе армии имеют начальное количество солдат равное x_{10} и x_{20} , то после решения системы дифференциальных уравнений получаем:



$$x_1 = \sqrt{\frac{a_2(x_2^2 - x_{20}^2) + a_1x_{10}^2}{a_1}} \quad \text{и} \quad x_1 = \sqrt{\frac{a_1(x_1^2 - x_{10}^2) + a_2x_{20}^2}{a_2}}.$$

Возведём обе стороны в квадрат:

$$x_1^2 = \frac{a_2(x_2^2 - x_{20}^2) + a_1x_{10}^2}{a_1}.$$

Умножим обе части уравнения на a_1 получим:

$$a_1x_1^2 = a_2(x_2^2 - x_{20}^2) + a_1x_{10}^2.$$

Из решения системы получаем условие:

$$a_1x_1^2 - a_2x_2^2 = a_1x_{10}^2 - a_2x_{20}^2 = C,$$

где C — константа, не изменяющаяся во времени. Следовательно, первая армия побеждает вторую армию под прямым огнем, когда $C > 0$, то есть при условии:

$$a_1x_{10}^2 > a_2x_{20}^2.$$

Аналогично, вторая армия побеждает первую армию под прямым огнем, когда $C < 0$, то есть когда:

$$a_2x_{20}^2 > a_1x_{10}^2.$$

Наконец, если $C = 0$, то:

$$a_1x_{10}^2 = a_2x_{20}^2.$$

В этом случае обе армии ведут боевые действия, приводящие к взаимному тупику.

Соотношение сил 3:1 для победы при прямом огневом контакте.

Из квадратного закона прямого огня следует, что вторая армия терпит поражение при условии:

$$a_2x_{20}^2 > a_1x_{10}^2.$$

Предположим, что огневая мощь первой армии в два раза больше огневой мощи второй армии, а начальная численность войск второй армии в два раза больше начальной численности войск первой армии. Таким образом, получим:

$$a_1 = 2a_2, \quad x_{20} = 2x_{10} \Rightarrow 2a_2x_{10}^2 < a_2(2x_{10})^2 = 4a_2x_{10}^2.$$

Даже тогда, когда



$$a_1 = 3a_2, \quad x_{20} = 2x_{10} \Rightarrow 3a_2x_{10}^2 < 4a_2x_{10}^2.$$

Поэтому, имея в три раза большую огневую мощь, невозможно победить армию, которая вдвое больше. Только четырехкратное увеличение огневой мощи по отношению к противнику может нейтрализовать его, даже если их вдвое больше.

Если $x_{20} = 3x_{10}$, тогда:

$$\begin{aligned} 2a_2x_{10}^2 &< a_2(3x_{10})^2 = 9a_2x_{10}^2 \\ 3a_2x_{10}^2 &< a_2(3x_{10})^2 = 9a_2x_{10}^2 \\ &\dots \\ 8a_2x_{10}^2 &< a_2(3x_{10})^2 = 9a_2x_{10}^2 \end{aligned}$$

Чтобы проиллюстрировать развитие боя под прямым огнем при изменении огневой мощи и увеличении численности войск, были проведены три симуляции, а развитие и результаты боя показаны ниже на графиках. Следующие три симуляции иллюстрируют развитие боя под прямым огнем при увеличении огневой мощи первой армии в первой и второй симуляциях и увеличении численности войск второй армии в третьей симуляции (рисунки 1, 2, 3).

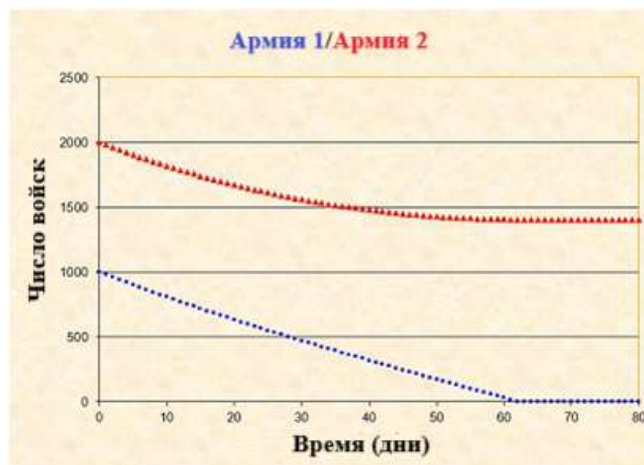
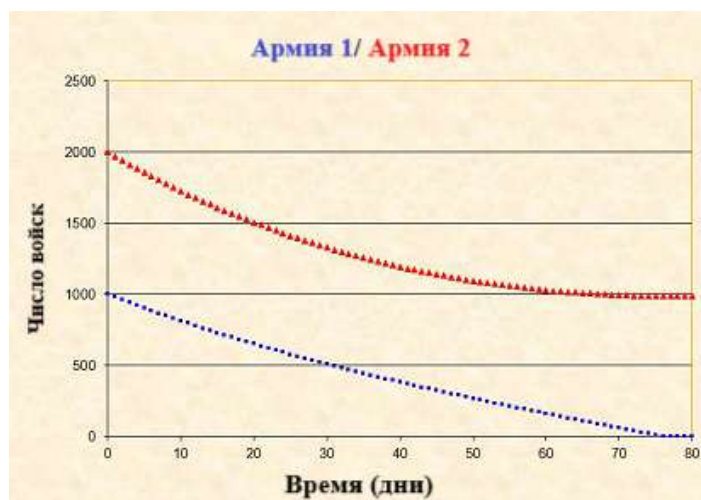
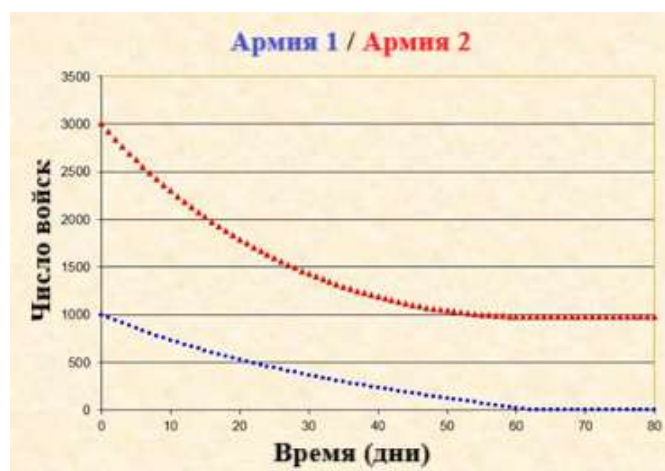


Рисунок 1 - Развитие боя при $a_1 = 2a_2, x_{20} = 2x_{10}$

Рисунок 2 - Развитие боя при $a_1 = 3a_2$, $x_{20} = 2x_{10}$ Рисунок 3 - Развитие боя при $a_1 = 8a_2$, $x_{20} = 3x_{10}$

Моделирование боевых действий демонстрирует, что при столкновении с противником, обладающим в восемь раз большей эффективностью ведения огня, достижение коэффициента численного превосходства не менее 3:1 позволяет нивелировать указанное преимущество и создать условия для стратегического подавления противника с последующим его поражением, то есть в бою против армии противника, обладающей в восемь раз большей эффективностью при ведении огня, наличие как минимум втрое большего числа войск по сравнению с противником может нейтрализовать его и в конечном итоге привести к его поражению.

Данный принцип нашел эмпирическое подтверждение в ходе Фолклендского конфликта 1981 года, завершившегося капитуляцией аргентинских вооруженных сил перед британскими экспедиционными войсками. Анализ численности сторон свидетельствует о незначительном количественном перевесе британцев 25948 военнослужащих против 23428



аргентинских солдат. Однако критическим фактором явилось превосходство британской армии в огневой мощи, оцениваемое в 2,5 раза по сравнению с аргентинскими возможностями. В условиях отсутствия компенсирующего численного превосходства, Аргентина утратила перспективы на успешное ведение боевых действий.

Согласно квадратному закону Ланчестера, аргентинская сторона могла бы нивелировать британское преимущество в вооружении, развернув на земле военных действий не менее 78000 военнослужащих. Однако стратегическая недооценка оперативных факторов, включая необходимость численной компенсации огневого потенциала, привела к утрате Аргентиной инициативы и, как следствие, к капитуляции. Данный случай подчеркивает важность математического моделирования боевых сценариев при разработке военной стратегии.

Заключение.

1. Из полученных расчетов можно утверждать, что математические модели боя служат еще одним оружием в арсенале армии. Преимущество моделей заключается в том, что они позволяют командирам на поле боя разрабатывать стратегию для использования в бою, исходя из необходимого количества войск и их огневой мощи для нейтрализации противника.

2. Правильное использование квадратного закона прямого огня значительно помогает уравновесить технологическое преимущество при борьбе с армией, меньшей по размеру, но технологически превосходящей ее. На практике многие страны, у которых нет передовых военных технологий, используют квадратичный закон огня, выбирая увеличение своей армии по крайней мере в три раза по сравнению с армией противника.

Таким образом, проведенное исследование показывает, как закон, может служить теоретической основой для стратегического планирования и оптимизации процессов принятия решений в контексте противодействия непризнанным режимам и незаконным вооруженным формированиям, чья тактика преимущественно опирается на принципы асимметричного ведения боевых действий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шумов В.В., Корепанов В.О. Математические модели боевых и военных действий//Компьютерные исследования и моделирование. Т.12, вып. 1, 2020. – С. 217–242.
2. Новиков Д.А. Иерархические модели военных действий//Управление большими системами. Вып. 37, 2012. – С. 25-62.
3. Lanchester, F. W. Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm. - Constable and Co., 1916. – 187 p.
4. Осипов М.П. Влияние численности сражающихся сторон на их потери// Военный сборник. Т.6. - М.: 1915. - С. 59–74.



5. Lauren M. K. Characterization of differences between complex adaptive and traditional combat models//DOTSE Report 169, New Zealand Armed Forces, 1999. - 85 p.
6. Washburn, A., & Kress, M. Combat Modeling. - Springer, 2012. – 350 p.

REFERENCES

1. Shumov V.V., Korepanov V.O. Matematicheskie modeli boevykh i voennykh deystviy//Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie. T.12, vyp. 1, 2020. – S. 217–242.
2. Novikov D.A. Ierarhicheskie modeli voennykh deystviy//Upravlenie bol'shimi sistemami. Vyp. 37, 2012. – S. 25-62.
3. Lanchester, F. W. Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm. - Constable and Co., 1916. – 187 p.
4. Osipov M.P. Vliyanie chislennosti srazhajushhihsja storon na ih poteri//Voennyj sbornik. T.6. - M.: 1915. - S. 59–74.
5. Lauren M. K. Characterization of differences between complex adaptive and traditional combat models//DOTSE Report 169, New Zealand Armed Forces, 1999. - 85 p.
6. Washburn, A., & Kress, M. Combat Modeling. - Springer, 2012. – 350 p.

Гульшат Рысбаева, ф.-м.ғ.к., доцент, ҚР ҰҚК Шекара қызметінің академиясы, Алматы, Қазақстан, rgr_81@mail.ru

ЛАНЧЕСТЕРДІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҰРЫС МОДЕЛІ ӘСКЕРИ СТРАТЕГИЯЛАРДЫ МОДЕЛЬДЕУДЕ ҚОЛДАНУ

Аңдатпа. Математикалық әдістерді әскери істе қолдану кең ауқымды міндеттерді қамтиды: деректерді криптографиялық қорғаудан, жауынгерлік қақтығыстардың серпінін талдаудан, баллистикалық объектілердің траекторияларын оңтайландыруға дейін қолданылады. Қазіргі заманғы қарулы қақтығыстардың үдемелі технологиялық күрделі жағдайында негізделген әскери шешімдер қабылдау қатаң талдамалық тәсілдерді интеграциялауды, қақтығыстар серпінін сандық талдау мен болжауды талап етеді. Жауынгерлік іс-қимылдардың қазіргі заманғы математикалық модельдері қарулы ұрыстардың дамуын талдауға және сандық көрсеткіштер негізінде олардың нәтижесін болжауға мүмкіндік береді. Мақалада автор зерттеу жүргізіп, ұрыстың ең танымал математикалық үлгілерінің бірі – Ланчестер квадраттық тікелей атыс заңы зерттеледі. Бұл ұрыс стратегиясын дұрыс анықтауға, сондай-ақ жауды жеңу және қауіп-қателерді болдырмау үшін дұрыс шешім қабылдауға көмектеседі.



Түйінді сөздер. Дифференциалдық теңдеулер, атыс күші, әскери стратегия, математикалық модельдеу, Ланчестер ұрыс моделі.

Gulshat Rysbaeva, candidate of physical and mathematical sciences, docent, Border Academy of the National Security Committee of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan, rgp_81@mail.ru

APPLICATION OF LANCHESTER'S MATHEMATICAL MODEL OF COMBAT IN MODELING MILITARY STRATEGIES

Abstract. The use of mathematical methods in military affairs covers a wide range of tasks: from cryptographic data protection, analysis of the dynamics of combat collisions to optimization of the trajectories of ballistic objects. Given the increasing technological complexity of modern armed conflicts, making informed military decisions requires the integration of rigorous analytical approaches, quantitative analysis, and forecasting the dynamics of confrontations. Modern mathematical models of hostilities make it possible to analyze the development of armed conflicts and predict their outcome based on quantitative indicators. In the article, the author conducts a study and explains one of the most famous mathematical models of combat, Lanchester's square law of direct fire. This will help deduce the right battle strategy as well as proper decision making to defeat the enemy and avoid catastrophic mistakes.

Keywords. Differential equations, firepower, military strategy, mathematical modeling, Lanchester battle model.

Поступила: 11 июля 2025 года

Рецензирована: 12 августа 2025 год

Принята: 14 августа 2025 год